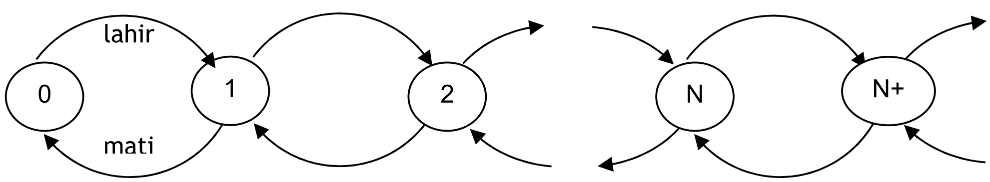
# BAB II
# PENDEKATAN PROBABILITAS DAN MODEL TRAFIK

## 2.1 Pendahuluan

Trafik merupakan peristiwa-peristiwa kebetulan yang pada dasarnya tidak diketahui kapan datangnya dan berapa lama akan berlangsung. Maka untuk mengetahui trafik secara kuantitatif harus diselesaikan dengan statistic dan teori probabilitas. Sehubungan dengan hal tersebut peristiwa trafik dideskripsikan ke dalam model probabilitas yang disesuaikan dengan :

1. pola kedatangan panggilan
2. pola lamanya waktu pendudukan
3. disiplin operasi

penggambaran matematis untuk proses trafik yaitu dengan stokastik yang disebut dengan proses kelahiran dan proses kematian.

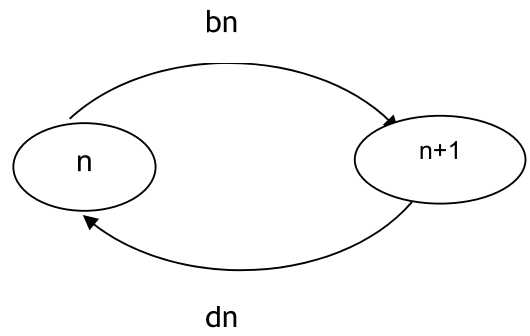



Gambar 2.1: Diagram transisi kondisi

proses kelahiran adalah proses datangnya panggilan dan proses kematian adalah proses berakhirnya panggilan.

| | |
|---|---|
| x | adalah state atau kondisi yang menggambarkan jumlah saluran (berkas) yang sibuk pada suatu saat. Proses yang ditinjau adalah kondisi yang menyatakan jumlah saluran atau peralatan yang diduduki sebagai fungsi waktu. |
| P(0),P(1),… P(N) | adalah state probability atau probabilitas kondisi yaitu lamanya kondisi tersebut berlangsung dalam interval waktu tertentu |
| $\longrightarrow$ | Transisi atau berubahnya kondisi tertentu ke kondisi yang lain. Pada waktu dt kondisi n dapat menjadi (n+1) jika terdapat 1 panggilan dating dan (n-1) jika terdapat 1 pangilan berakhir |

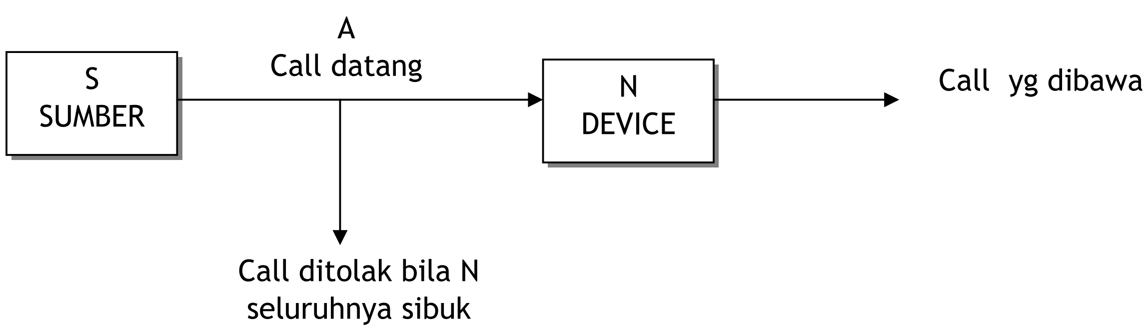
- Persamaan kesetimbangan :




Gambar 2.2: persamaan keseimbangan

Berapa kali perubahan dari n ke n+1 sama dengan berapa kali perubahan dari kondisi n-1 ke n

**2.2 Model Trafik**



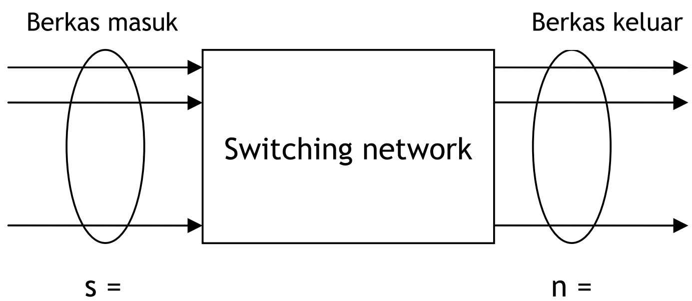

Gambar 2.3: Model Trafik

Bila S,N = ~ memakai model poisson
S = ~ dan N terbatas memakai model Erlang
S≤N , terbatas memakai model binomial/bernouli
S>N , terbatas, memakai model engset

### 2.3 Model Poisson

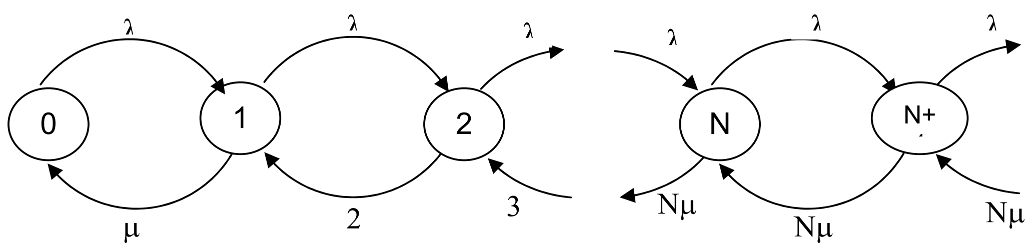
Asumsi untuk model poisson :

1. kedatangan panggilan acak (random arrival)
2. waktu pendudukan : distribusi eksponensial negative
3. disiplin operasi :
    - ✓ sumber trafik tak terbatas
    - ✓ jumlah saluran yang melayani : $\infty$ ( panggila yang dating selalu dilayani)
    - ✓ Mean holding time terbatas = h
    - ✓ Rate rata-rata datangnya panggilan : $\lambda$ (konstan)




Gambar 2.4 : Model Poisson

#### 2.3.1 Diagram Transisi Kondisi




Gambar 2.5 : Diagram transisi kondisi

#### 2.3.2 Persamaan kesetimbangan

- Untuk i = 0 :
  $\lambda P(0) = \mu P(1)$
  $P(1) = \lambda/\mu P(0)$ , dimana $\lambda/\mu$ adalah A (intensitas trafik )
  $P(1) = A P(0)$

- Untuk i = 1
  $\lambda P(1) = 2\mu P(2)$
  $P(2) = \lambda/2\mu P(1)$

P(2) = A/2 P(1)
P(2) = A/2 A P(0)
P(2) = $A^2$/2 ! P(0)

- Untuk i = 2
  λ P(2) = 3μ P(3)
  P(3) = λ/3μ P(2)
  P(3) = A/3 P(2)
  P(3) = A/3 .$A^2$/2 ! P(0)
  P(3) = $A^3$/3 ! P(0) , dst

- Untuk i = N
  P(N) = $A^N$/N ! P(0)

Harga P(0) di dapat dari persamaan normal

$$\sum_{i=0}^{\sim} P(i) = 1$$

$$\sum_{i=0}^{\sim} \frac{A^i}{i!} P(0) = 1$$

$$P(0) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{\sim} A^i / i!}$$

dimana :

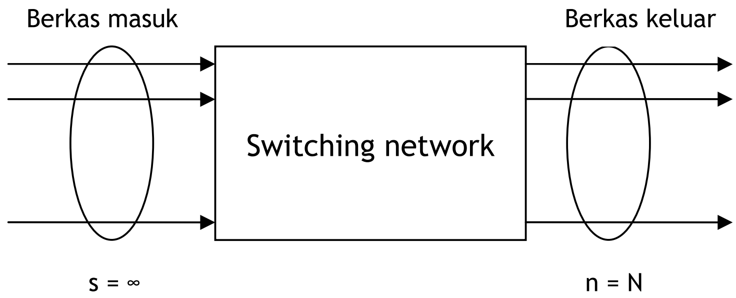
$$\sum_{i=0}^{\sim} \frac{A^i}{i!} = e^A$$

sehingga :
P(0) = $e^{-A}$
Jadi :
**P(i) = $A^i$/i! . $e^{-A}$** [2.1]

A= trafik yang ditawarkan kepada trunk
e= logaritmik natural (e= 2,7183)

- distribusi poisson digunakan untuk :
  1. mendimensikan group trunk pilihan terakhir (final trunk group) dimana panggilan yang diblok tidak ditawarkan kepada group sirkit lainnya.
  2. dipakai dalam kasus erlang B dipakai.

## 2.4 Model Erlang

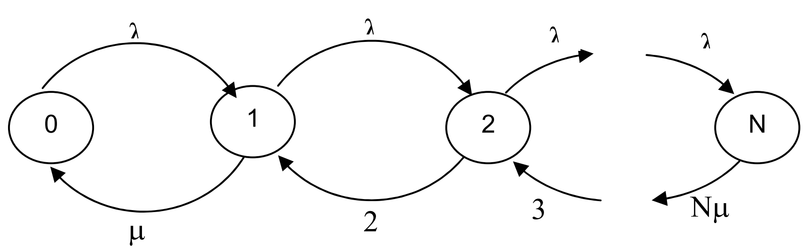



Gambar 2.6 : Model Erlang

**Asumsi untuk model erlang** :

1. kedatangan panggilan acak (random arrival)
2. waktu pendudukan : distribusi eksponensial negative
3. disiplin operasi :
    - ✓ sumber trafik tak terbatas (∞)
    - ✓ jumlah saluran yang melayani : N , terbatas. Panggilan yang dating pada waktu semua saluran sibuk, dihilangkan.
    - ✓ Full availability/berkas sempurna, setiap saluran yang bebas selalu dapat diduduki oleh panggilan yang datang
    - ✓ Mean holding time terbatas = h
    - ✓ Rate rata-rata datangnya panggilan : λ (konstan)

### 2.4.1 Diagram Transisi Kondisi




Gambar 2.7 : Diagram Transisi Kondisi

### 2.4.2 Persamaan kesetimbangan

- Untuk i = 0 :
  $\lambda$ P(0) = $\mu$ P(1)
  P(1) = $\lambda/\mu$ P(0) , dimana $\lambda/\mu$ adalah A (intensitas trafik )
  P(1) = A P(0)
- Untuk i = 1
  $\lambda$ P(1) = 2$\mu$ P(2)
  P(2) = $\lambda/2\mu$ P(1)
  P(2) = A/2 P(1)
  P(2) = A/2 A P(0)
  P(2) = $A^2$/2 ! P(0)

- Untuk i = 2
  $\lambda$ P(2) = 3$\mu$ P(3)
  P(3) = $\lambda/3\mu$ P(2)
  P(3) = A/3 P(2)
  P(3) = A/3 .$A^2$/2 ! P(0)
  P(3) = $A^3$/3 ! P(0) , dst

- Untuk i = N
  P(N) = $A^N$/N ! P(0)

Harga P(0) di dapat dari persamaan normal

$$\sum_{i=0}^{N} P(i) = 1$$

$$\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!} P(0) = 1$$

$$P(0) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{N} A^i / i!}$$

sehingga :

$$P(i) = \frac{A^i / i!}{\sum_{i=0}^{N} A^i / i!}$$

$$P(N) = \frac{A^N / N!}{\sum_{i=0}^{N} A^i / i!} \qquad [2.2]$$

P(N) biasanya disimbulkan dengan $E_{1,N(A)}$ atau $E_{N(A)}$ atau B atau rumus rugi erlang atau rumus erlang B

Rumus rugi erlang ini mempunyai 3 besaran yaitu : A,N dan B. harga-harga tersebut dapat ditabelkan.

Ada dua sifat penting dari rumus rugi erlang tersebut, yaitu efisiensi dan kepekaan.

- Efisiensi (A/N)

  UntuklB tertentu, dengan bertambah besarnya A, akan diperlukan N yang lebih besar pula. Untuk B tertentu (misalnya 1%). Makin besar saluran makin baik efisiensinya. Ini merupakan keuntungan bekerja pada N besar.

- Kepekaan terhadap perubahan trafik

  Pada berkas saluran yang besar akan lebih besar pula kepekaannya bila dibandingkan dengan berkas yang kecil. Ini merupakan kerugian bila bekerja dengan N besar.

Hal-hal tersebut dapat dilihat pada table berikut:

| N | A | A/N | 1,1A (A nail 10%) | (1,1A dan N tetap) B berubah menjadi |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 0.15 | 0.075 | 0.165 | 0.012(=1.2%) |
| 4 | 0.87 | 0.215 | 0.957 | 0.013(=1.3%) |
| 10 | 4.46 | 0.440 | 0.906 | 0.015(=1.5%) |
| 50 | 37.90 | 0.760 | 41.690 | 0.030(=3.0%) |

### 2.4.3 Rumus Rekursive Erlang B:

Untuk tujuan penghitungan dengan computer, maka rumus erlang B dibuat rumus recursive sbb

$$P(N) = E_N(A) = \frac{A^N / N!}{\sum_{i=0}^{N} A^i / i!}$$

$$E_{N+1}(A) = \frac{\frac{A^{N+1}}{(N+1)!}}{\sum_{i=0}^{N+1} A^i / i!}$$

$$E_{N+1}(A) = \frac{\frac{A}{(N+1)} \cdot \frac{A^N}{N!}}{\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!} + \frac{A^{N+1}}{(N+1)!}}$$

pembilang dan penyebut dikalikan dengan

$$P(0) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{N} A^i / i!}$$

$$E_{N+1}(A) = \frac{\frac{A}{(N+1)} \cdot \frac{A^N}{N!}}{\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!} + \frac{A^{N+1}}{(N+1)!}} \times \frac{\frac{1}{\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!}}}{\frac{1}{\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!}}}$$

$$E_{N+1}(A) = \frac{\frac{A}{(N+1)} \cdot E_N(A)}{1 + \frac{A^{N+1}}{(N+1)!} \times \frac{1}{\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!}}}$$

$$E_{N+1}(A) = \frac{A.E_N(A)}{(N+1)(1 + \frac{A}{N+1} \cdot \frac{A^N}{N!} \cdot \frac{1}{\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!}}}$$

$$E_{N+1}(A) = \frac{A.E_N(A)}{(N+1)(1 + \frac{A}{N+1} \cdot E_N(A))}$$

$$E_{N+1}(A) = \frac{A.E_N(A)}{(N+1) + A.E_N(A))}$$

sehingga :

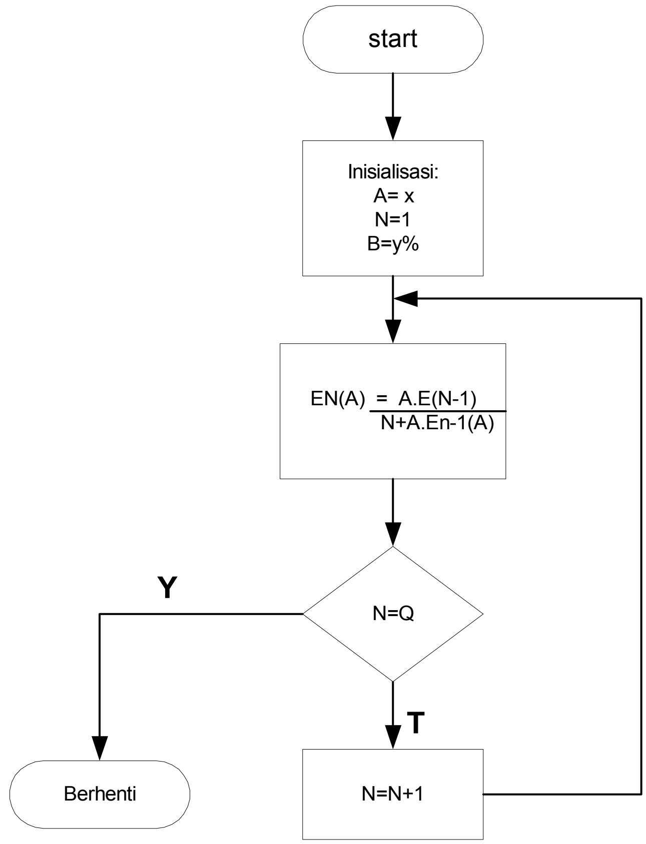
$$E_N(A) = \frac{A.E_{N-1}(A)}{N + A.E_{N-1}(A))} \text{ dengan } E_0\,(A)=1 \qquad [2.3]$$

A= trafik yang ditawarkan kepada trunk
N = jumlah sirkit/server yang melayani

### 2.4.4 Diagram Alir

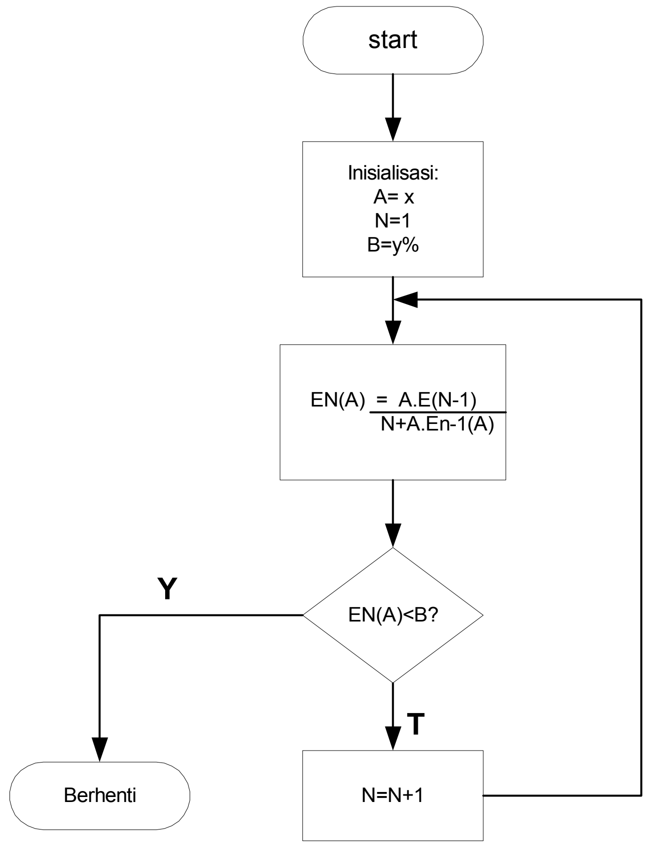
#### 2.4.4.1 Bila yang dicari adalah B

Bila yang dicari adalah nilai B pada A=x dan N=Q, maka digram alirnya sebagai berikut:




gambar 2.8:
diagram alir untuk mencari nilai B pada nilai A dan N tertentu

### 2.4.4.2 Bila yang dicari adalah jumlah saluran




gambar 2.9:
diagram alir untuk mencari N pada nilai A dan B tertentu

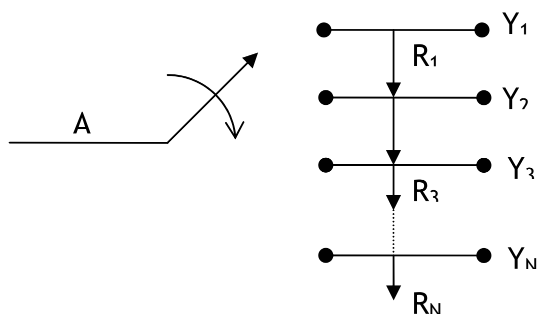
iterasi berhenti kalau B yang dihitung Kalau nilai B yang dihitung E(N)≤B, maka ierasi berhenti., dan N yang dicari adalah N

- **Distribusi erlang digunakan untuk :**

Mendimensikan sirkit antara 2 sentral local atau toll yang dihubungkan secara ‘direct’ (tanpa overflow)

**2.4.5 Metode pencarian jalan**:
Ada 2 metode, yaitu :

**2.4.5.1 metode homing**




Gambar 2.10: metode homing

pada metode homing, pemilihan jalan selalu mulai dari 1,2,3……dst. Ini berarti bahwa setelah selector dipakai, wiper selalu dikembalikan ke tempat semula (permulaan jalan keluar ke 1) dan beban atau muatan trafik pada jalan-jalan keluar permulaan lebih besar dari pada jalan-jlan keluar akhir.

**Perhitungan muatan pada homing selector.**

Misalkan sejumlah selector yang mempunyai jalan keluar N saluran digandakan (multiple) seperti pada gambar 2.8, sehingga berkas saluran masuk dan berkas saluran keluar terdiri dari N saluran.
Di berkas masuk terdapat trafik A yang ditawarkan ke berkas keluar yang terdiri N saluran. Karena setiap pengetesan jalan keluar selalu dimulai dari jalan ke 1, kemudian jalan ke 2, dst,

maka :
Besarnya $R_1$, $R_2$,$R_3$…$R_N$ dapat dihitung dengan rumus rugi erlang .

$$R_N=A.E_N(A) \qquad [2.4]$$

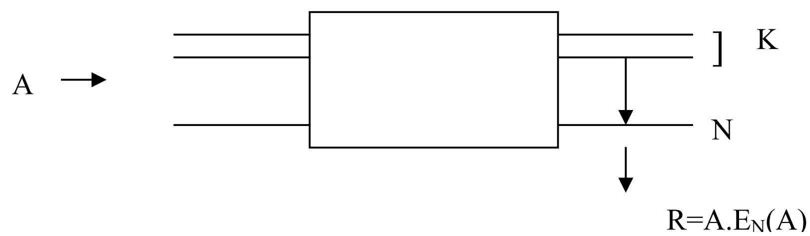
$R_1$=A-$Y_1$, Dimana $Y_1$ adalah besarnya trafik yang dimuat oleh jalan keluar ke 1
$R_2$=$R_1$-$Y_2$, Dimana $Y_2$ adalah besarnya trafik yang dimuat oleh jalan keluar ke 2
$R_3$=$R_2$-$Y_3$, Dimana $Y_3$ adalah besarnya trafik yang dimuat oleh jalan keluar ke 2
.
.

$$R_N = R_{N-1} - Y_N \qquad [2.5]$$

dst
maka $Y_1$,$Y_2$,$Y_3$…..$Y_N$ dapat dihitung (jadi muatan tiap saluran dapat dihitung)

**Waktu pencarian jalan**

Pada mtode ini pengetesan selalu dimulai dari langkah (saluran ke 1), sehingga beban tiap saluran keluar tidak sama.
Muatan saluran-saluran permulaan lebih besar dari muatan saluran-saluran yang lebih akhir.




gambar 2.11: model system homing

dipakai rumus rugi erlang:

$P(n > k) = E_k(A)$

$P_{tes}(n = k) = E_{k-1}(A) - E_k(A)$

jumlah sa;uran rata-rata yang di tes:

$$n(rata - rata) = \sum_{k=0}^{N} k\left[E_{k-1}(A) - E_k(A)\right] + NE_N(A)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} kE_{k-1}(A) - \sum_{k=1}^{N} KE_k(A) + NE_N(A)^{**}$$

$$= \sum_{k=1}^{N} (k-1)E_{k-1}(A) + \sum_{k=1}^{N} E_{k-1}(A)$$

**substitusi y=k-1 :**

$$= \sum_{y=0}^{N-1} yE_y(A) \sum_{y=0}^{N-1} E_y(A)$$

**jadi persamaan ** menjadi :**

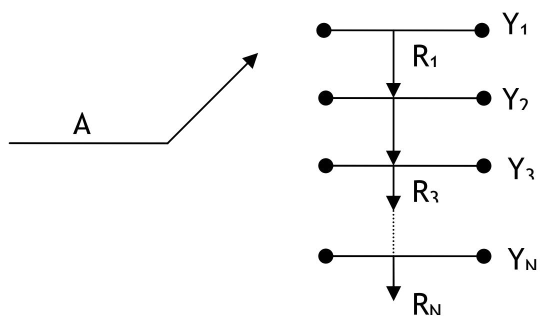
$$n(rata - rata) = \sum_{s=1}^{N-1} sE_s(A) - \sum_{s=1}^{N} sE_S(A) + \sum_{s=0}^{N-1} E_s(A) + NE_N(A)$$

$$= \sum_{s=1}^{N-1} sE_s(A) - \sum_{s=1}^{N-1} sE_s(A) - NE_N(A) + \sum_{s=0}^{N-1} E_s(A) + NE_N(A)$$

$$n(rata - rata) = \sum_{s=0}^{N-1} E_s(A) \qquad [2.6]$$

### 2.4.5.2 metode non homing

pada metode non homing pemilihan jalur keluar tidak selalu dimulai dari jalan keluar ke 1, tetapi sembarang jalan keluar,tergatung /dimulai dari jalan keluar yang terakhir dipakai. Ini berarti, wiper setelah dipakai (pembubaran tidak dikembalikan ke tempat semula/jalan keluar ke 1) dan muatan trafiknya merata ke seluruh jalan keluar.




Gambar 2.12 metode non homing

- **Perhitungan muatan untuk non homing selector**
  Karena muatan tiap jalan keluar (saluran) rata/sama maka dapat dihitung sbb:
  Y (muatan trafik pada berkas keluar)

  $$Y = A - R \qquad [2.7]$$

  Maka :

  $$Y_1 = Y_2 = Y_3 = Y/N \qquad [2.8]$$

- **Waktu pencarian jalan**
  Ini berarti bahwa pengetesan tidak selalu dimulai dari langkah ke 1, tetapi random dan sebagai konsekuensinya : beban (muatan) tiap saluran keluar merata (sama).
  Bila beban tiap saluran = p, maka berarti :
  Probabilitas saluran sibuk = p
  Probabilitas saluran bebas = 1-p = q

  Akan dicari waktu lamanya rata-rata proses pencarian jalan (karena switch perlu waktu untuk mengetes jalan (saluran), bila bebas lalu diduduki.
  Switch akan mengalami keadaan-keadaan sbb :

| No | Kondisi | Pengetesan langkah ke n | Probabilitas |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 saluran pertama yang dites(pengetesan secara random) : bebas | 1 | q = 1-p |
| 2 | 1 saluran pertama yang dites : sibuk<br>1 saluran yang dites kedua : bebas | 2 | pq = p(1-p) |
| 3 | 2 saluran pertama yang dites : sibuk<br>1 saluran yang dites ketiga : bebas | 3 | $P^2$(1-p) |
| :<br>: | | : | |
| N-1 | (N-2) saluran pertama yang dites : sibuk<br>1 saluran yang dites ke(N-1) : bebas | N-1 | $P^{N-2}$(1-p) |
| N | (N-1) saluran pertama yang dites : sibuk<br>1 saluran yang dites ke N : bebas | N | $P^{N-1}$(1-p) |
| N+1 | (N-1) saluran pertama yang dites : sibuk<br>1 saluran yang dites ke N : sibuk | N | $P^N$ |

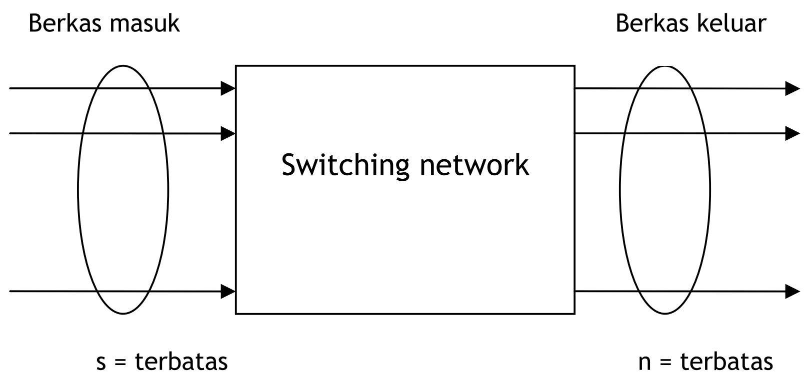
Harga rata-rata dari pengetesan yang ke n atau jumlah rata-rata langkah (saluran) dihitung mulai dari langkah permulaan sampai dengan berhentinya switch :

$$
\begin{aligned}
n\,rata-rata &= \sum_{n=1}^{N} n \cdot p(n) \\
&= 1.(1-p) + 2.p(1-p) + .............. + N\{p^{N-1}(1-p) + p^N\} \\
&= 1 + p + p^2 + ........... + p^{N-1}
\end{aligned}
$$

$$
n\,rata-rata = \frac{1-p^{N-1}}{1-p} \qquad [2.9]
$$

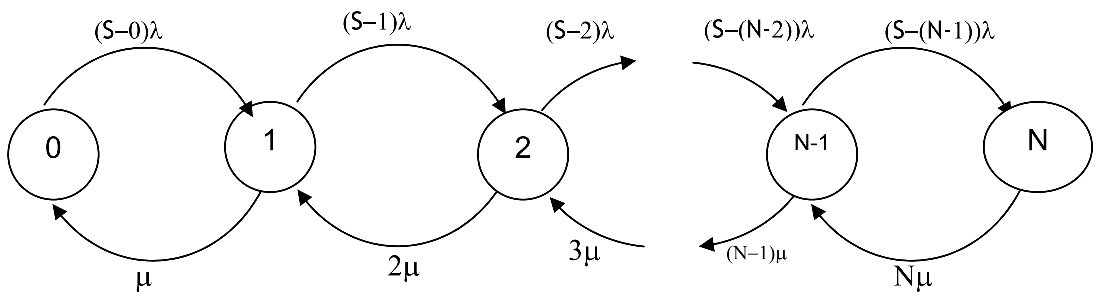
waktu lamanya pengetesan = n rata-rata x waktu tes/sal

**2.5 Model Binomial**




Gambar 2.13 : model binomial

**2.5.1 Diagram Transisi Kondisi**




Gambar 2.14 : Diagram transisi kondisi

**2.5.2 persamaan kesetimbangan**

Pada keadaan kesetimbangan : $(s-i)\lambda P(i)=(i+1)\mu P(i+1)$

- Untuk i=0
  $s.\lambda P(0)=\mu P(1)$
  $P(1)=s.\ \lambda/\mu.P(0)$, dimana $\lambda/\mu = A$ (intensitas trafik)
  $P(1)=s.\ A.P(0)$

- Untuk i=1
  $(s-1)\lambda P(1)=2\mu P(2)$
  $P(2)=(s-1)\ \lambda/2\mu.P(1)$
  $P(2)=(s-1)\ A/2.P(1)$
  $P(2)=(s-1)\ A/2\ s\ A\ P(0)$
  $P(2)=(s-1)s.\ A^2/2\ P(0)$

- Untuk i=2
  (s-2)λP(2)=3μP(3)
  P(3)=(s-2) λ/3μ.P(2)
  P(3)=(s-2) A/3.P(2)
  P(3)=(s-2) A/3 (s-1)s. $A^2$/2 P(0)
  P(3)=(s-2) (s-1)s. $A^3$/3! P(0)

$$P(3) = \frac{A^3}{3!} \cdot \frac{s!}{(s-3)!} P(0) \text{, dst}$$

$$P(N) = \frac{A^N}{N!} \cdot \frac{s!}{(s-N)!} P(0)$$

$$P(i) = \frac{A^i}{i!} \cdot \frac{s!}{(s-i)!} P(0)$$

P(0) dicari dari persamaan normal

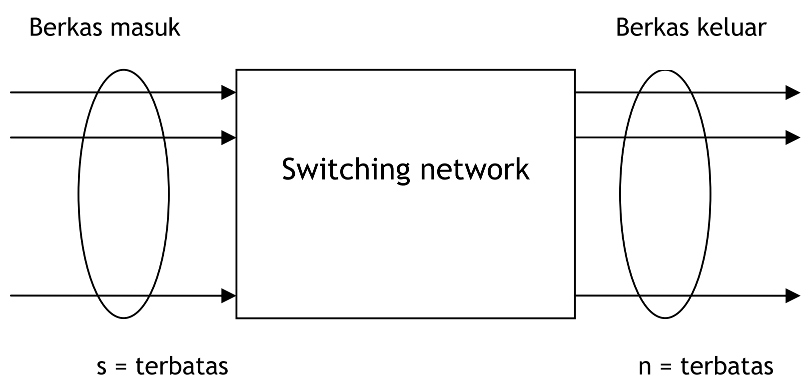
$$\sum_{i=0}^{N} P(N) = 1$$

$$\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!} \cdot \frac{s!}{(s-i)!} P(0) = 1$$

$$P(0) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!} \cdot \frac{s!}{(s-i)!}}$$

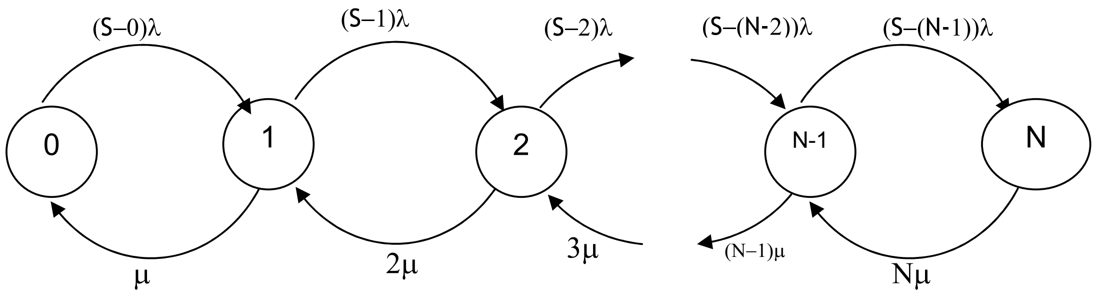
$$P(i) = \frac{\frac{A^N}{N!} \cdot \frac{s!}{(s-N)!}}{\sum_{i=0}^{S} \frac{A^i}{i!} \cdot \frac{s!}{(s-i)!}} \qquad [2.10]$$

## 2.6 Model Engset




Gambar 2.15: Model Engset

### 2.6.1 Diagram Transisi Kondisi




Gambar 2.16: Diagram transisi kondisi

### 2.6.2 persamaan kesetimbangan

Pada keadaan kesetimbangan : (s-i)λP(i)=(i+1)μP(i+1)

- Untuk i=0
  s.λP(0)=μP(1)
  P(1)=s. λ/μ.P(0), dimana λ/μ =A (intensitas trafik)
  P(1)=s. A.P(0)

- Untuk i=1
  (s-1)λP(1)=2μP(2)
  P(2)=(s-1) λ/2μ.P(1)
  P(2)=(s-1) A/2.P(1)
  P(2)=(s-1) A/2 s A P(0)
  P(2)=(s-1)s. $A^2$/2 P(0)

- Untuk i=2
  (s-2)λP(2)=3μP(3)
  P(3)=(s-2) λ/3μ.P(2)
  P(3)=(s-2) A/3.P(2)
  P(3)=(s-2) A/3 (s-1)s. $A^2$/2 P(0)
  P(3)=(s-2) (s-1)s. $A^3$/3! P(0)

$$P(3) = \frac{A^3}{3!} \cdot \frac{s!}{(s-3)!} P(0)\text{, dst}$$

$$P(N) = \frac{A^N}{N!} \cdot \frac{s!}{(s-N)!} P(0)$$

$$P(i) = \frac{A^i}{i!} \cdot \frac{s!}{(s-i)!} P(0)$$

P(0) dicari dari persamaan normal

$$\sum_{i=0}^{N} P(N) = 1$$

$$\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!} \cdot \frac{s!}{(s-i)!} P(0) = 1$$

$$P(0) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!} \cdot \frac{s!}{(s-i)!}}$$

$$P(i) = \frac{\frac{A^N}{N!} \cdot \frac{s!}{(s-N)!}}{\sum_{i=0}^{N} \frac{A^i}{i!} \cdot \frac{s!}{(s-i)!}} \qquad [2.11]$$